

Title	多連結領域ノ等角寫像ニ就テ
Author(s)	遠木, 幸成
Citation	全国紙上数学談話会. 2(2) p.82-p.84
Issue Date	1946-12-18
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/75155
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

20. 多連結領域, 等角寫像 = 就テ

遠木幸成 (阪大)

(1946, XII, 16 頁付)

多連結領域, 等角寫像 = 問スル T. Radó, 一定理
(Acta Szeged II) ヲ先ツ拡張シマス。

定理 $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_p$ ヲ境界, 成分 = モツ p 重連結領域
ヲ D_0 トス。 D_0 ノ真部分領域 D_1 ガ 次ノ i) ii) ノ條件ヲ
満足スルナラバ D_0 ヲ D_1 へ 一対一 等角 = 寫像スルコト
ハ出来テイ。

i) D_1 ノ 餘集合ノ各成分ハ 多クテモ 一ツノ Γ_i ヲ含ム。

ii) $p=2$ ナルトキハ Γ_1, Γ_2 ハ 共ニ 少クテモ 二点ヲ
含ム

(証明) 若シ D_0 ヲ D_1 へ 一対一 等角 = 寫像スル 函數
 $f_0(z)$ ガ アツタ トスル。 $f_0(f_0(z)) = f_1(z)$ 一般ニ
 $f_0(f_{n-1}(z)) = f_n(z)$ ($n=1, 2, \dots$) トスレバ、
條件 i) ii) ニヨリ $\{f_n(z)\}$ ハ D_0 テ 正規族ヲ ナス。 故ニ
一様收斂スル 部分函數列 $f_{n_k}(z)$ カ 存在スル、コレヲ

簡單 = スル 爲 = $f_v(z)$ ト カフコト ニ スル。 D_0 $f_v(z)$ =
 ヨル 像 領域ヲ D_v ト シ, $\lim_{v \rightarrow \infty} f_v(z) = f(z)$ ト スレバ $f(z)$ 係
 数 \neq ハ ナ イ 何 ト ナ レ バ, 先ヅ $p=2$ ナ ル ト キ ハ
 Γ_i 或ハ Γ_2 ヲ 内部 = 含ム如キ D_0 内, Jordan 曲線,
 $f_v(z)$ = ヨル 像 曲線ハ D_v 一ツノ 境界ヲ 内部 = 含ム。亦
 $p > 2$ ナ ル ト キ ハ 只一ノ Γ_i ヲ 内部 或ハ 外部 = 含ミ 互ニ
 交ハル如キ Γ 個, Jordan 曲線, 像 曲線モ D_v = 内シテ
 同シ 關係 = アル。コノ 事ヨリ 一ツノ 常数 K カ 存在シテ
 $\sup_{z', z'' \in D_0} |f_v(z') - f_v(z'')| \geq K$ カ 成立スル。從ツテ $f(z)$ ハ 常数
 テハ アリ 得 ナ イ。

故ニ $f(z)$ ハ 一價正則ナル 故ニ D_0 $f(z)$ = ヨル 像 D ハ
 領域デアリ。從ツテ 開集合デアル。シカモ $D_{v+1} \supset D_v$
 $D_v \supset D$ ナルコトハ 明ラカデアル。今 $z_0 \in D_0$,
 $z_0 \in D$ ナル如キ z_0 ヲ トリ, $f_v(z_0) = z_v$ 然レ $f(z_0) = z$
 故ニ $z_v \rightarrow z$ ナルコトヨリ。
 z ハ D ノ 境界点デナケレバナラヌ。コレハ 示シテ
 アル。(証了)

尚コノ 定理ハ 無限多連結領域デモ成立ス。

次ニ T. Mada' ハ Acta Szeged I テ 多連結領域
 (三重連結以上) ヲ ソレ 自身 = 等角寫像スル 一價 p ($p \geq 2$)
 葉函数ハ 存在シナイコトヲ 証明シテキルカ 等角寫像
 ノ カワリ = 内部変換デモ 成立ツコトヲ 証明シヨウ。

定理 n 重連結領域 D ($n \geq 3$) ヲ ソレ 自身 = 寫像スル
 一價 p 葉 + 内部変換ハ 存在シナイ。但シ $p \geq 2$ トス。

(証明) 領域 D ヲ Grundfläche トシ, p 葉, Über-
 lagerungsfläche ハ 位相寫像シタクレハ D ノ
 Euler 指數 p_0 + Überlagerungsfläche, Euler
 指數 p トハ 等シイ。然ルニ Hurwitz, 關係式 = ヲリ
 $p = p p_0 + v$, 但シ v ハ Überlagerungsflächeノ
 分岐点ノ 分岐次數 總和ヲ 表ハス。

然ルニ $p_0 = n-2$ デアル。從ツテ $p = n-2$ デアル
 故ニ $n-2 = p(n-2) + v$ $n \geq 3$ ($n-2$) p

コレハ $p \geq 2$ ナルトキハ 矛盾デアル。 (証了)